

Ein Evolutionsverfahren zur Approximation äquivalenter Urbilder von Pareto-optimalen Zielvektoren

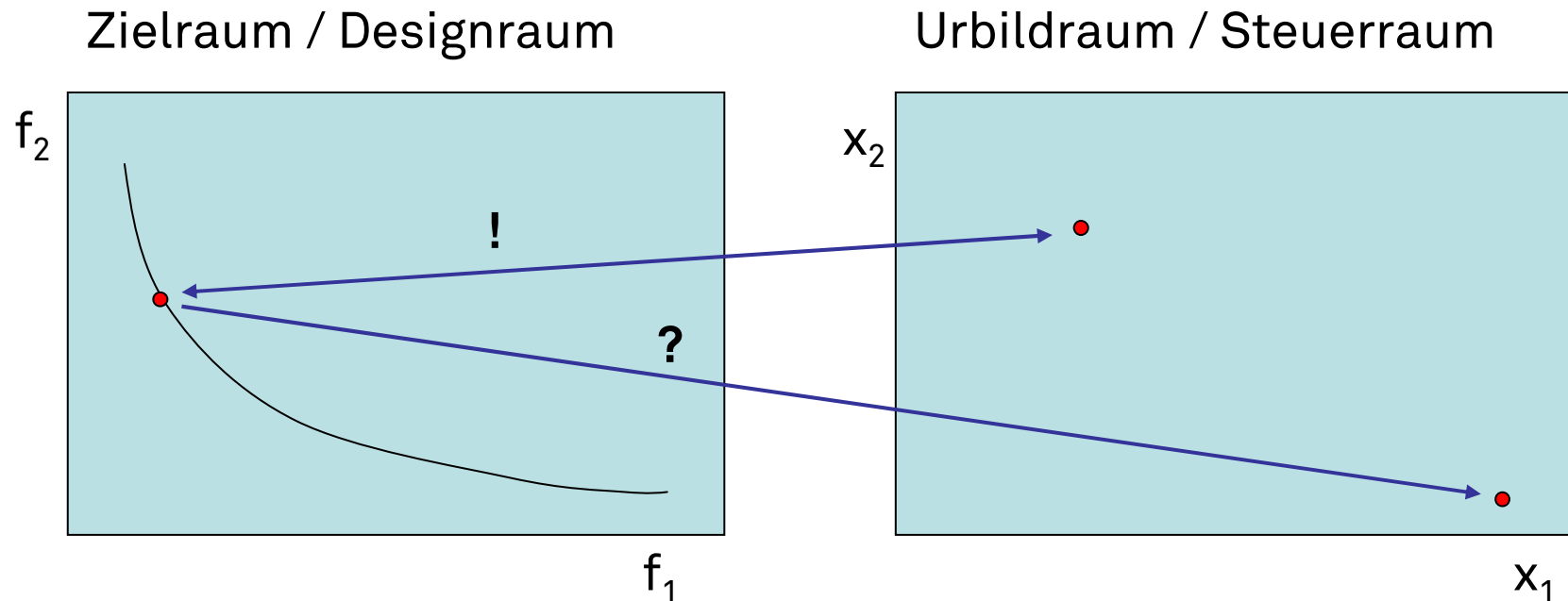
Günter Rudolph und Mike Preuß

Lehrstuhl für Algorithm Engineering

Fakultät für Informatik

TU Dortmund

- Motivation
- 1. Lösungsansatz: Monokriteriell mit Straffunktion
- 2. Lösungsansatz: Bikriteriell mit Restriktion
- Experimente
 - Testproblem: TWO-ON-ONE
 - Testproblem: SYMPART
- Fazit

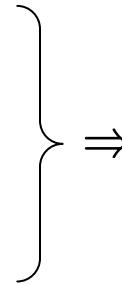


Typisches Szenario:

- EMOA hat Paretofront approximiert
- Produktdesigner wählt Lösung im Zielraum
- Produktingenieur kennt zugehörige Steuergrößen im Urbildraum
⇒ liefert der EMOA aus der Optimierung!
- Produktingenieur fragt sich: existieren äquivalente Urbilder?

Wieso will man das wissen?

- Lieferengpässe
- Gesetzliche Bestimmungen ändern sich
- Bei Diäten: Nahrungsmittelallergie



Ausweichen auf
alternative
Produktionspläne!



Zusammenstellung von Diäten:

Ziele

- wenig Fett
- viel Protein
- wenig Salz
- und andere

Lieferengpass Thunfisch!



gleichwertige (äquivalente)
Mahlzeit produzierbar
durch Verwendung
alternativer Fischarten!

⇒ Produkte / Lösungen mit äquivalenten Urbildern sind „robuster“

Voraussetzung:

$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^d$ nicht injektiv!

Typische Quelle:

Symmetrien!

- $f(x, y) = f(-x, -y)$
- $f(x, y) = f(y, x)$
- Periodizitäten
- u.v.a.m.

TWO-ON-ONE

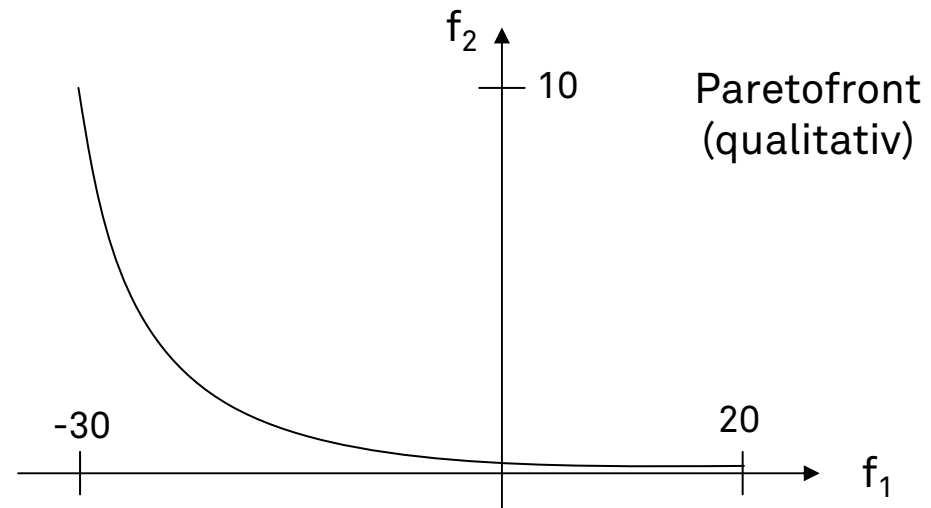
$$f_1(x_1, x_2) = x_1^4 + x_2^4 - x_1^2 + x_2^2 - 20x_1x_2 + 20,$$

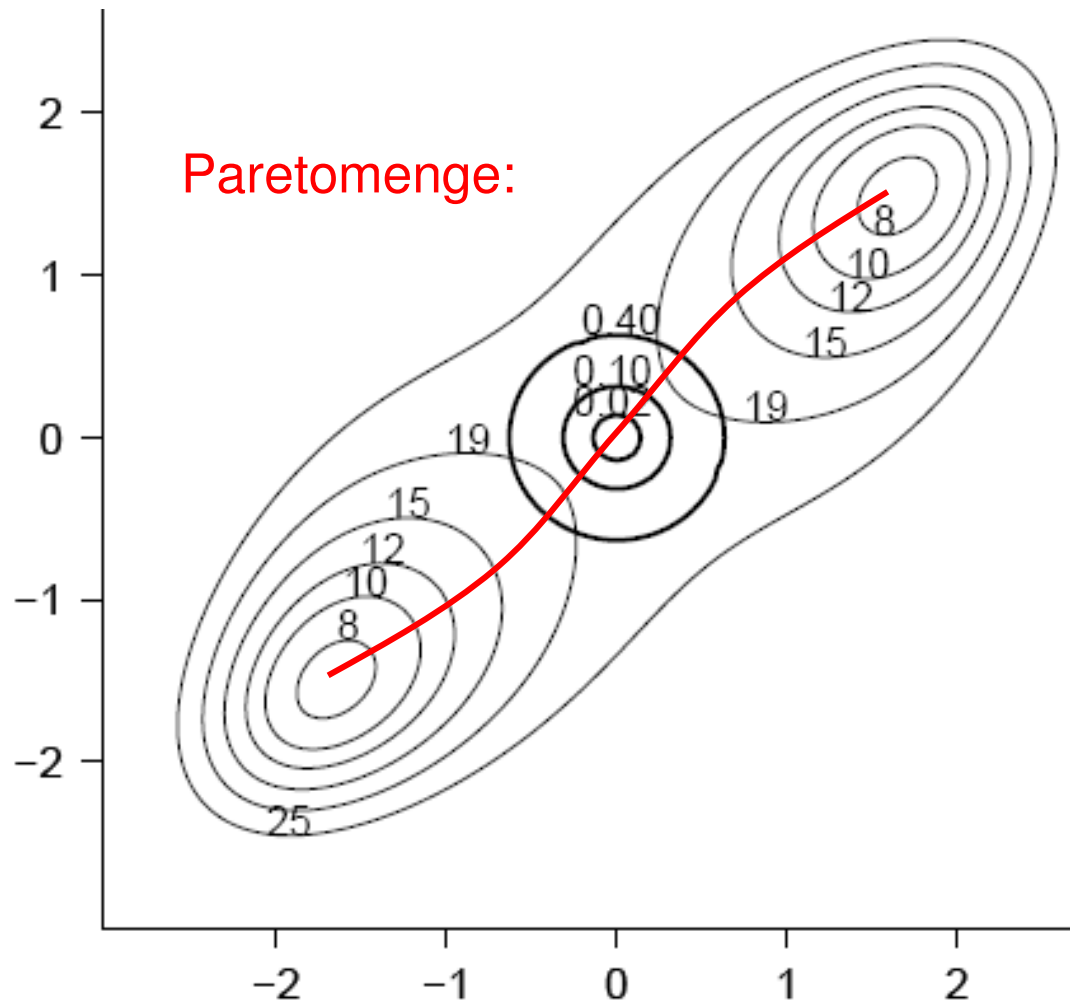
$$f_2(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$$

eigennützige Optima:

für f_1 : $(\pm 1.662, \pm 1.504)$

für f_2 : $(0, 0)$





EMOA approximiert Paretofront und damit auch Paretomenge.

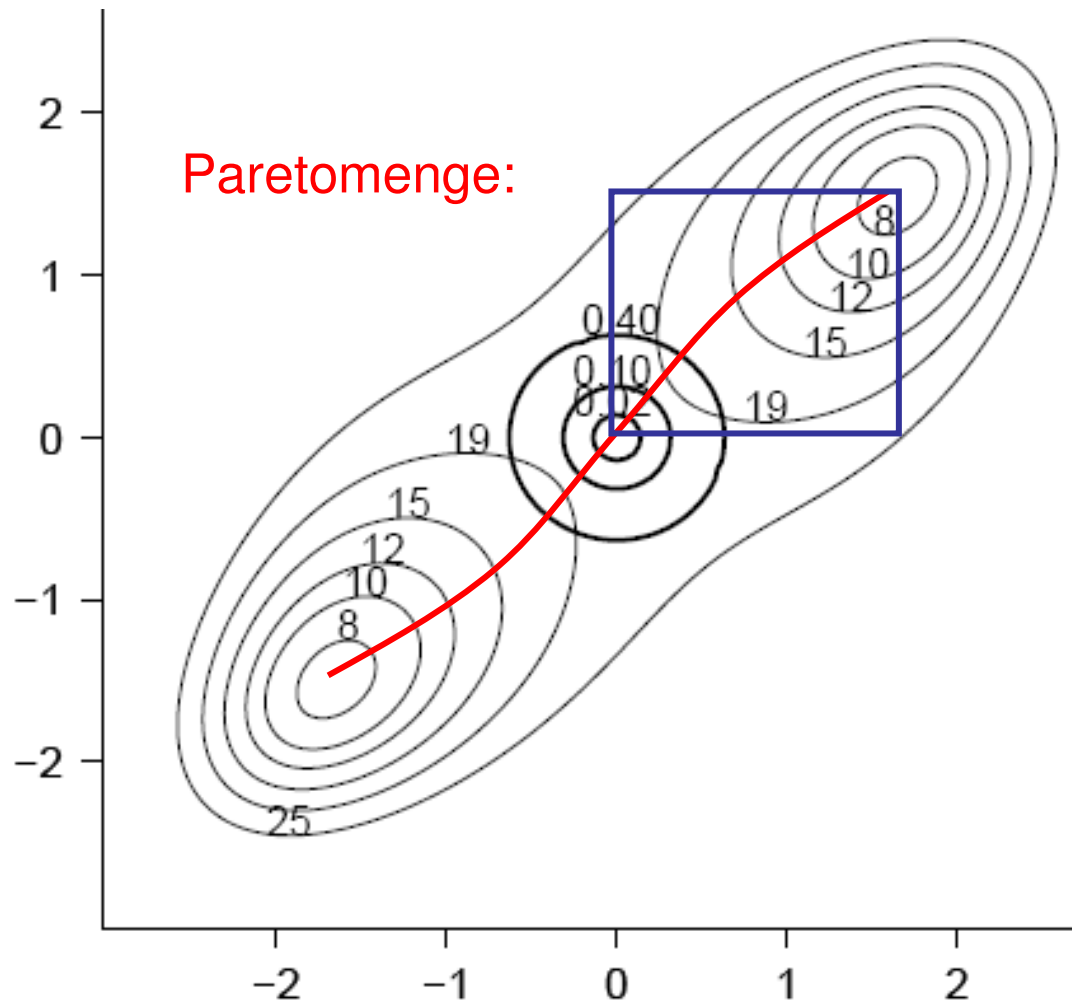


Wird Zielvektor gewählt, dann Urbild x^* bekannt.



Durchmustern der Population bis Individuum x gefunden mit $x \neq x^*$ und $f(x) \approx f(x^*)$.



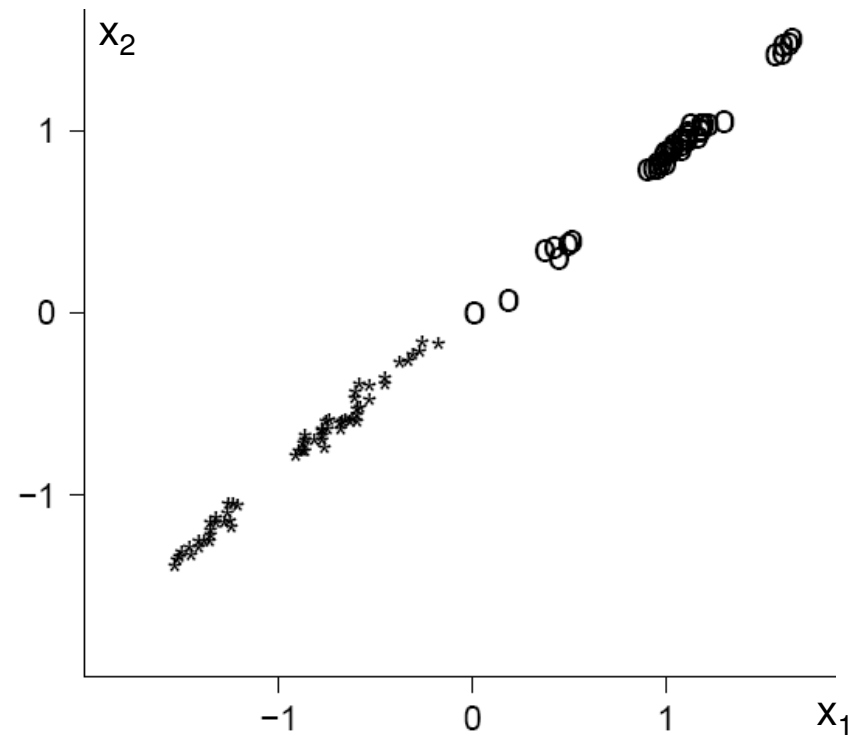
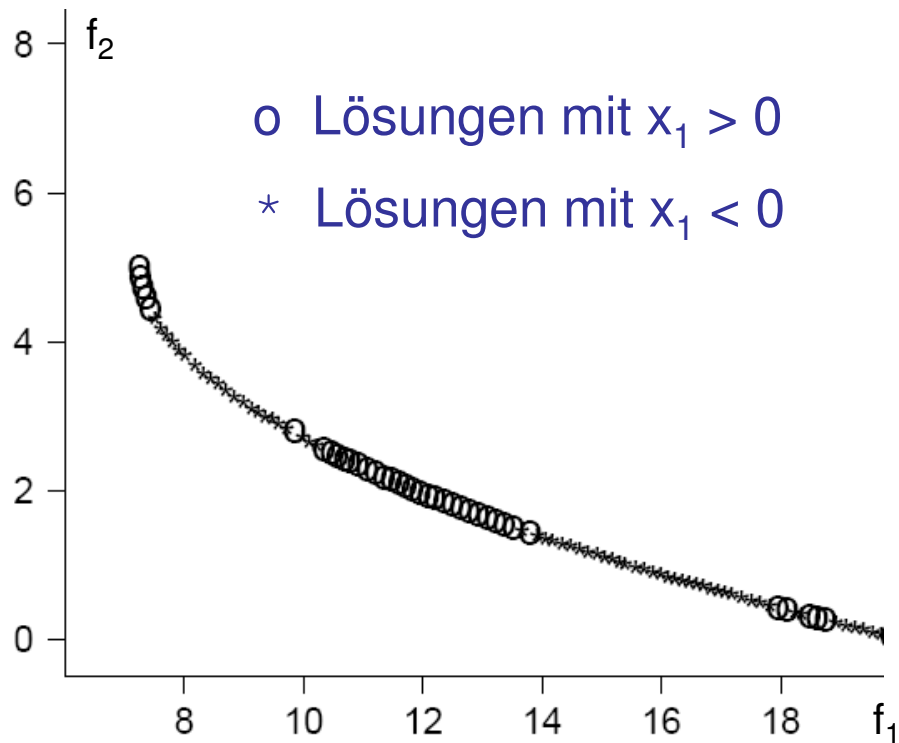


hinreichend für beliebig genaue Repräsentation der Paretofront



ein EA mit nahezu perfekten S-Metrik Werten kann am Ende nur einen Bruchteil der Paretomenge kennen

SPEA2, 100 Individuen, ≤ 30000 Funktionsauswertungen



Spezial-EMOAs entwerfen,
die nicht nur Paretofront gut approximieren
sondern auch die Paretomenge!
(EMO 07)

Problem: hoher Aufwand!

Warum komplette Urbildmenge approximieren,
wenn nur **ein** Element gesucht?

Diplomarbeit T. Dickhöfer (2007)

Sei $x^* \in X \subseteq \mathbb{R}^n$ Pareto-optimale Lösung von $f(\cdot) \rightarrow \min!$

Idee: Suche Pareto-optimale Lösungen in X , die ungleich x^* sind!

Also Elemente aus $\{x \in \mathcal{X} : f(x) = f(x^*) \wedge \|x - x^*\| > \varepsilon\}$.

Ansatz:

$$F(x) = \|f(x) - f(x^*)\|^2 - \gamma \|x - x^*\|^2 \rightarrow \min!$$

mit $\gamma > 0$.

Aber: viele Schwierigkeiten!

(Wahl & Parameter der Straffunktion, Verdecken von Optima, u.v.a.m.)

Beobachtung: Eigentlich bikriterielles Problem!

$$F_1(x) = \|f(x) - f(x^*)\|^2 \rightarrow \min! \quad (\text{ähnliche Zielvektoren})$$

$$F_2(x) = -\|x - x^*\|^2 \rightarrow \min! \quad (\text{verschiedene Urbilder})$$

$$g(x) = F_1(x) - \theta < 0 \quad (\text{nicht „zu weit weg“})$$

Bewährter hybrider Ansatz:

1. Starte EMOA mit max. Anzahl von FEs.
2. Sortiere Individuen aufsteigend in F_1 .
3. Starte lokalen Einzielloptimierer für F_1 für ersten k Individuen.

Mehrzieloptimierer: NSGA-II

Einzieloptimierer: Hooke & Jeeves (direktes Suchverfahren)

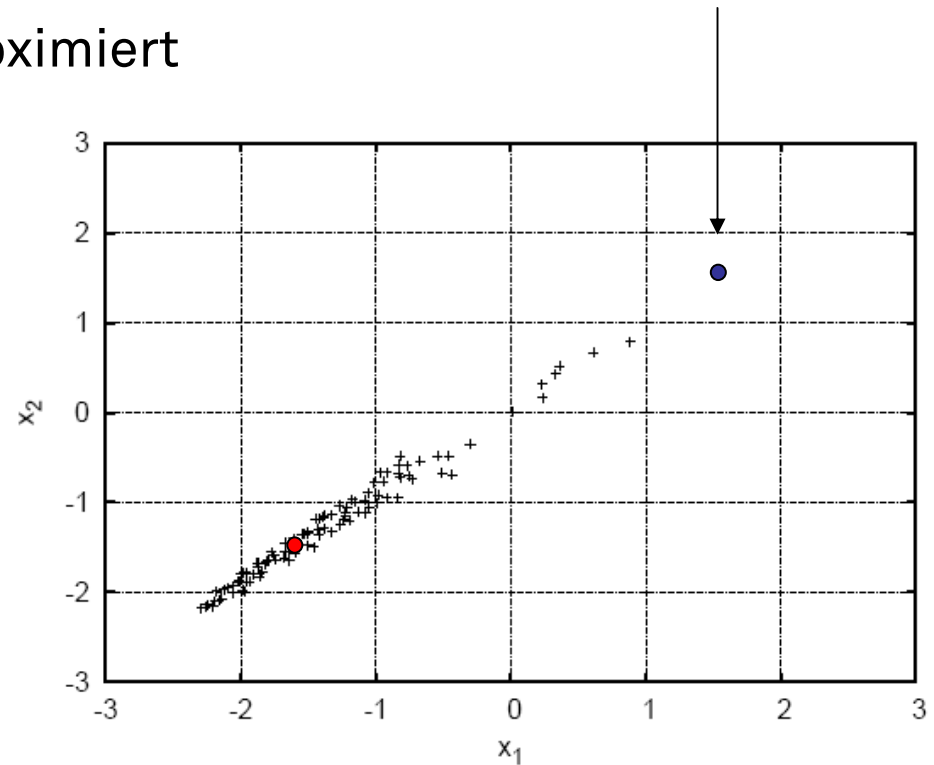
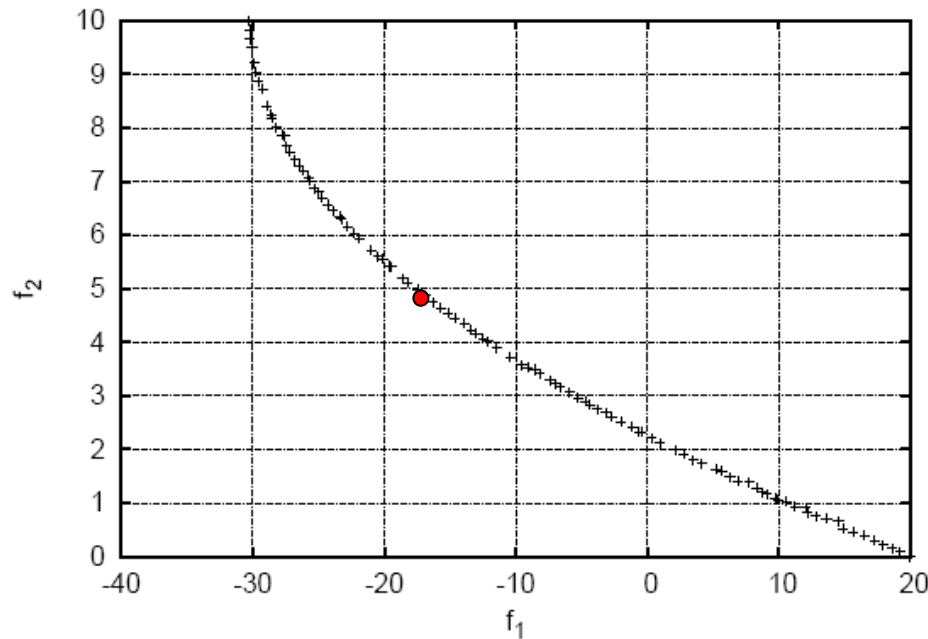
NSGA-II: $\eta_c = 15$, $\eta_m = 10$, $p_c = 1.0$, $p_m = 0.6$, $\mu = 20$, 100 Generationen

starte von $k = 5$ Individuen mit kleinsten F_1 -Werten

H & J: Standardparameter, wie in CEC 2007

Problem TWO-ON-ONE

Szenario: EMOA hat Paretofront approximiert



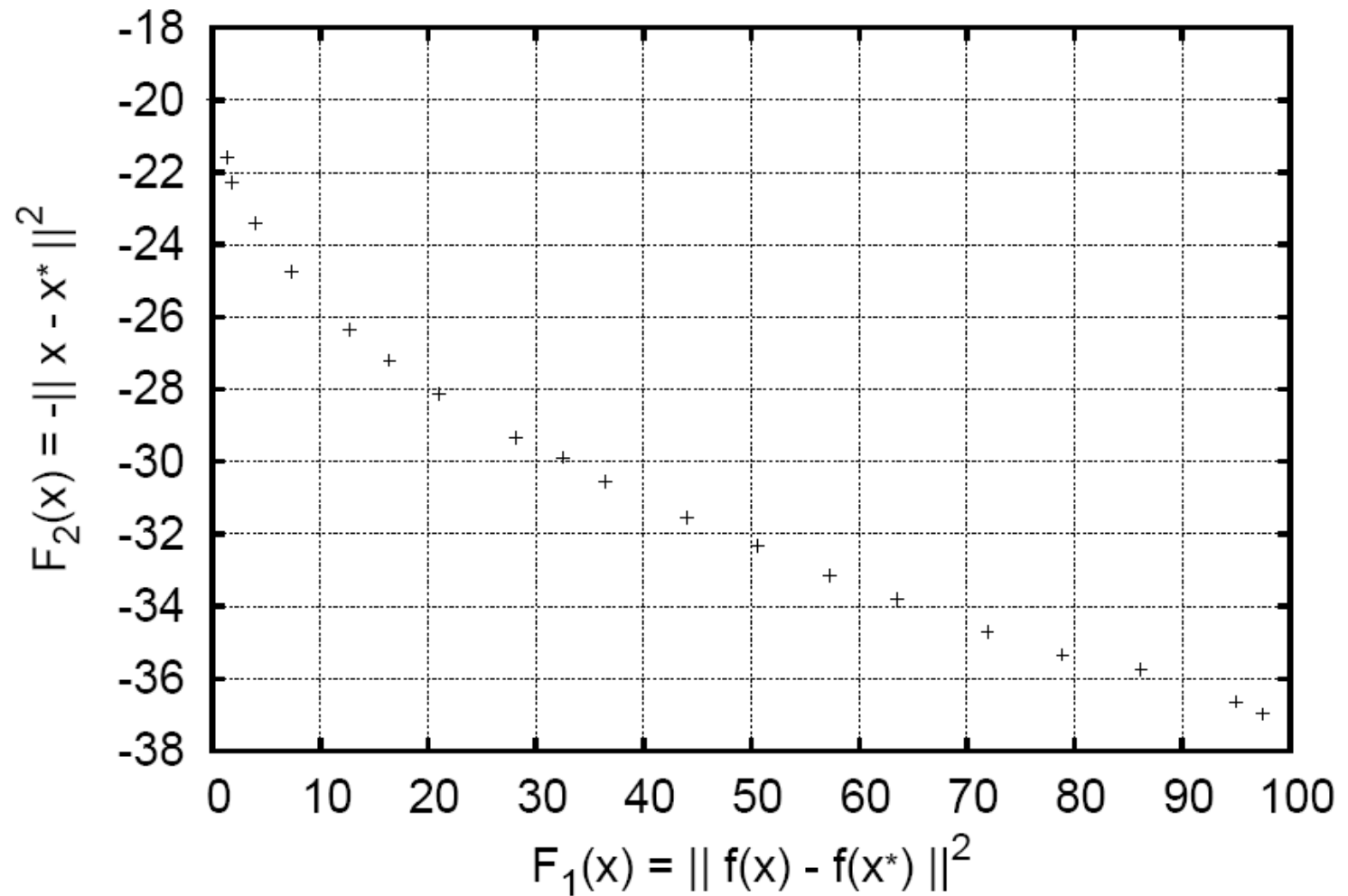
Produktdesigner wählt $f(x^*) = (-17.4765, 4.97609)$ mit $x^* = (-1.596, -1.559)$

Äquivalentes Urbild $x = (1.596, 1.559)$ **nicht in approximierter Population!**

Problem: TWO-ON-ONE

Phase 1

NSGA-II

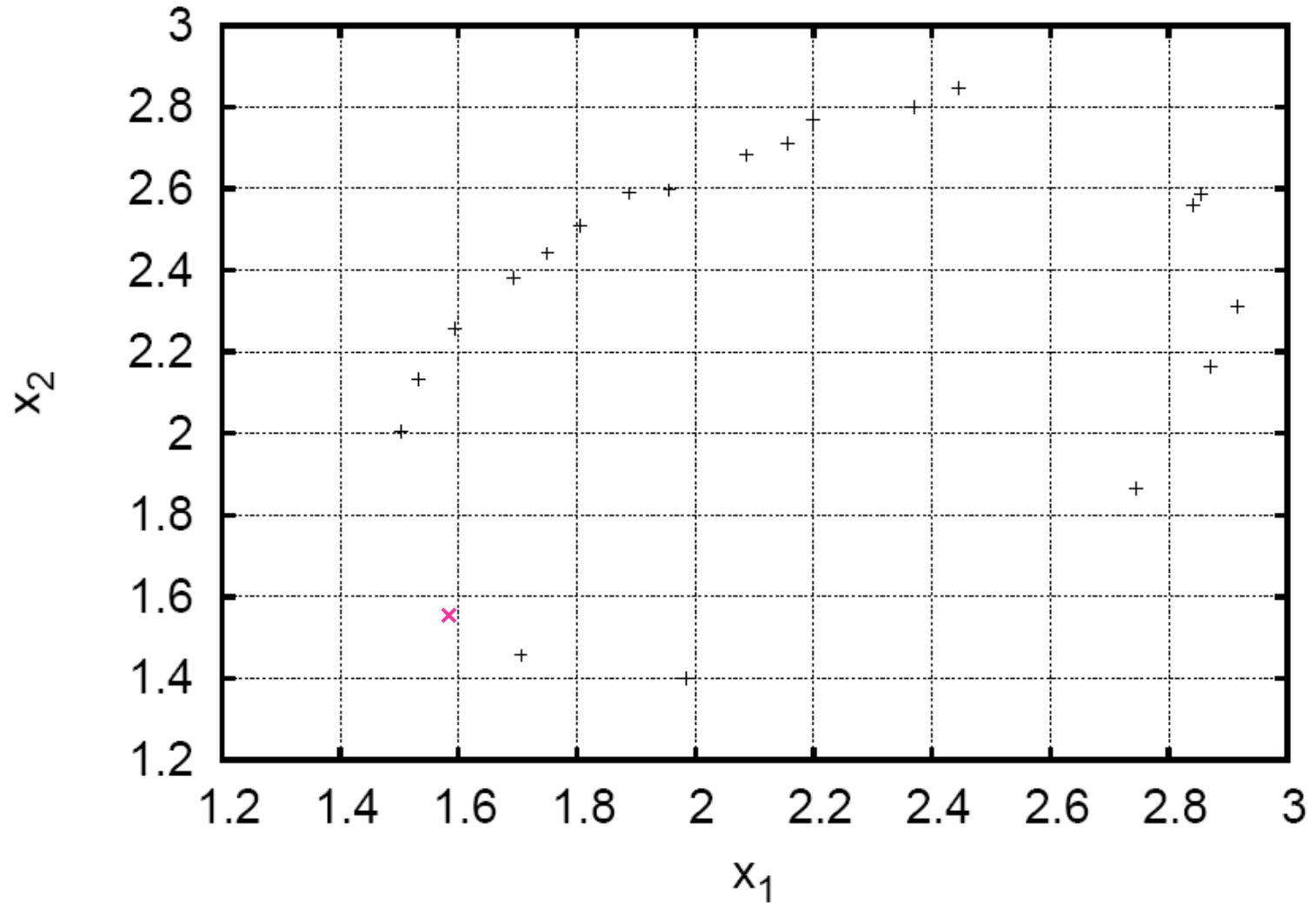


Problem: TWO-ON-ONE

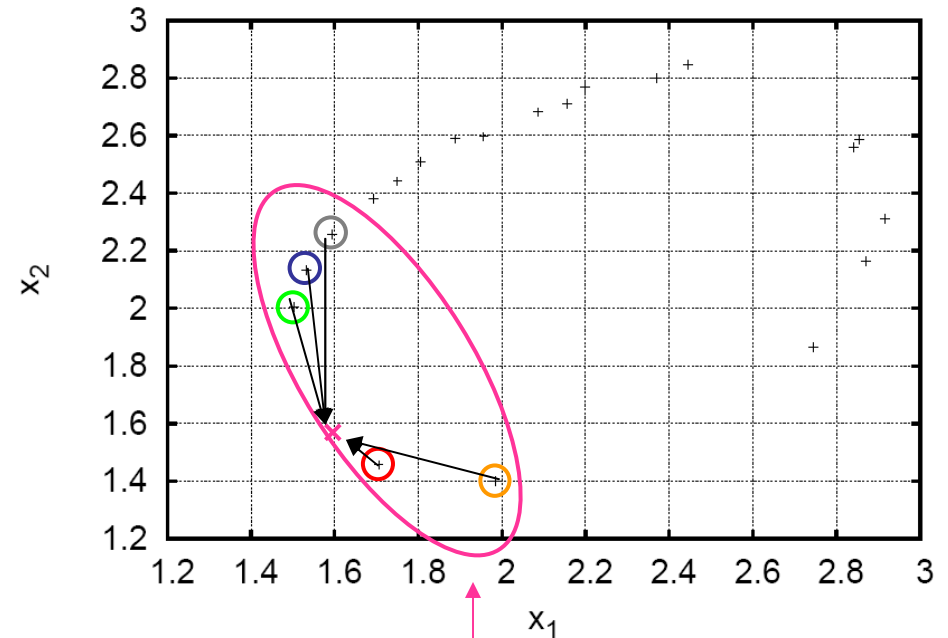
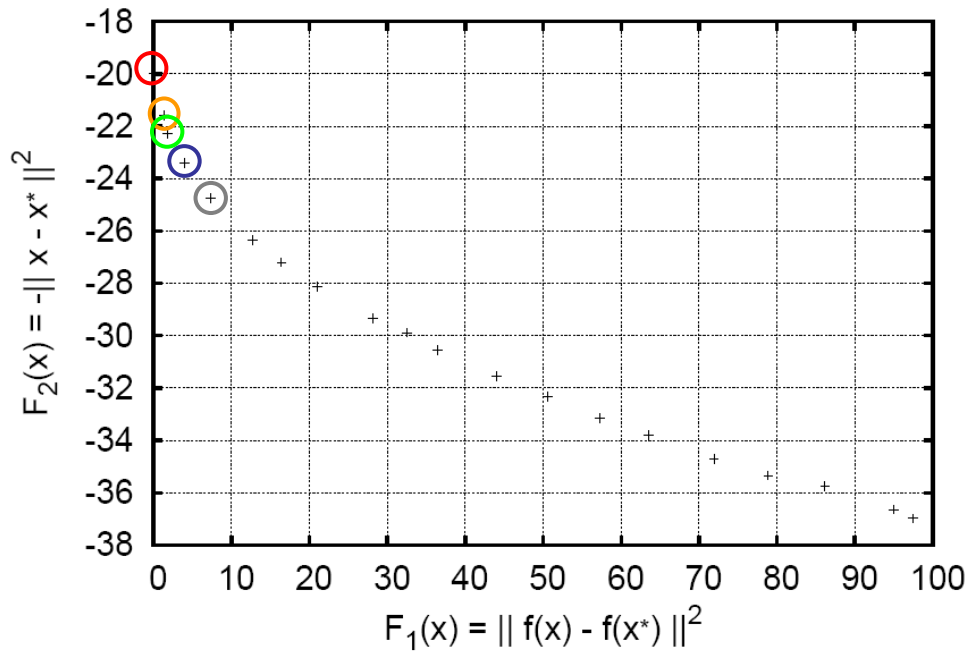
$$x^* = (-1.595774, -1.558715)$$

Phase 1

NSGA-II



Phase 2

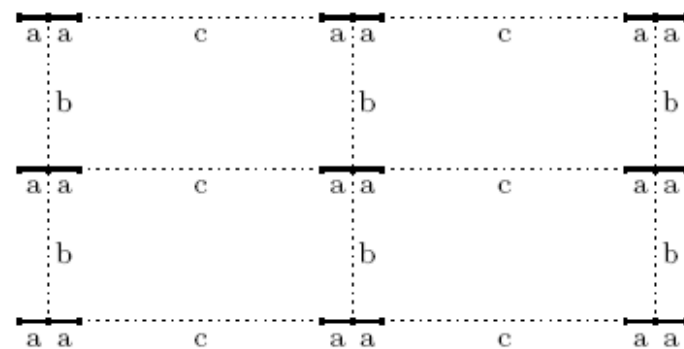
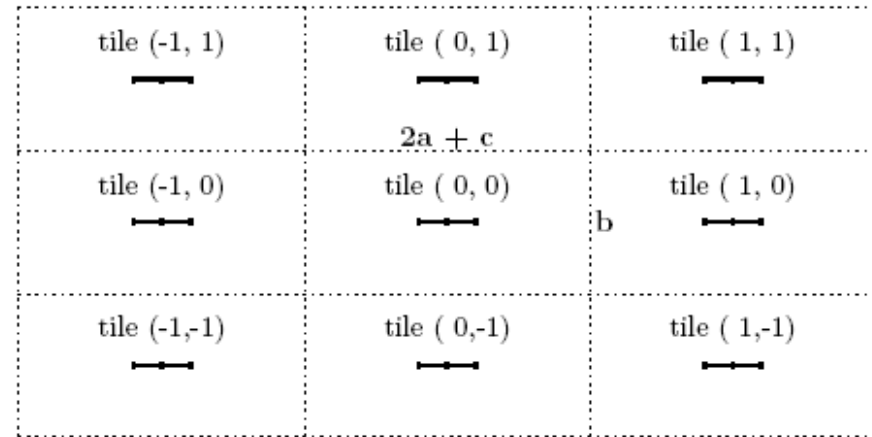
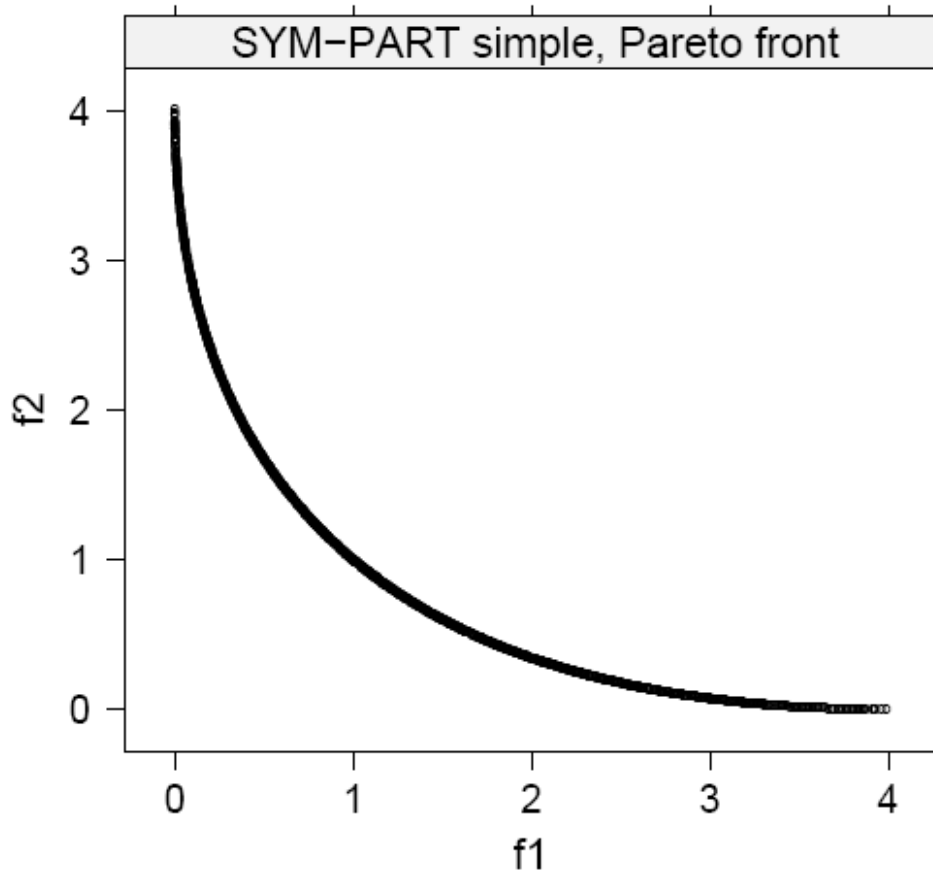


Rang	F_1	F_2	x_1	x_2
①	0.003433	-19.98722	1.705102	1.456486
②	1.326537	-21.57204	1.985328	1.398945
③	1.752043	-22.29680	1.502349	2.004770
④	3.937764	-23.40602	1.532254	2.132012
⑤	7.266334	-24.73223	1.594493	2.256312

alle Startlösungen
konvergieren zum
äquivalenten Urbild
ZIELFUNKTION F_1

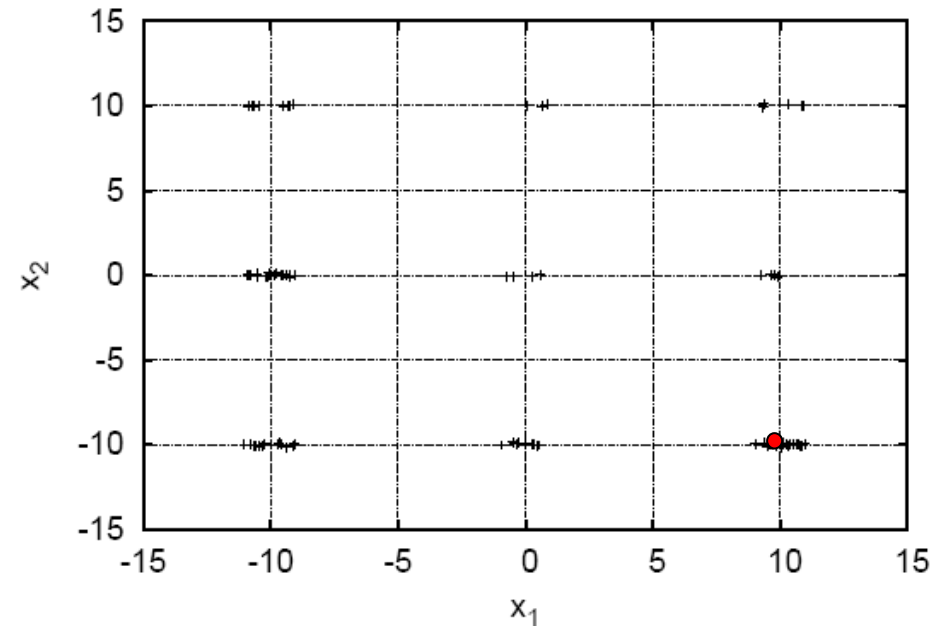
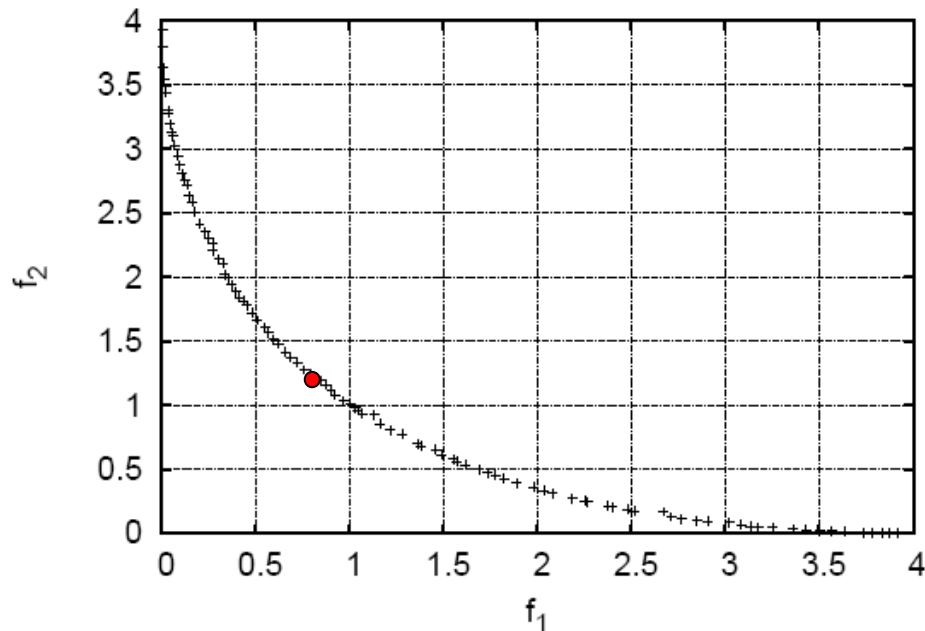
Problem: SYMPART

⇒ Jeder Zielvektor hat 9 äquivalente Urbilder!



Problem SYMPART

Szenario: Approximation des NSGA-II mit $\mu = 100$ nach 250 Generationen



Auswahl: $f(x) = (0.757702, 1.27587)$ mit $x = (9.87, -10.00)$

Nicht alle 8 äquivalenten Urbilder in Population vorhanden!

Bikriteriell mit Restriktion: Resultate

Experimente

Problem: SYMPART

Phase 1

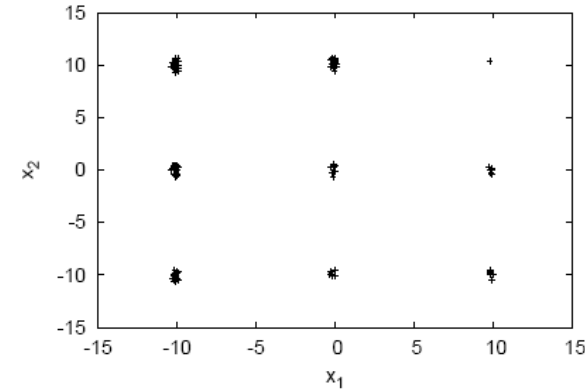
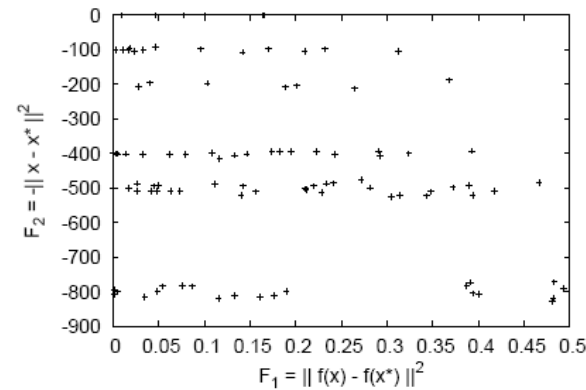
NSGA-II

$\mu = 100$

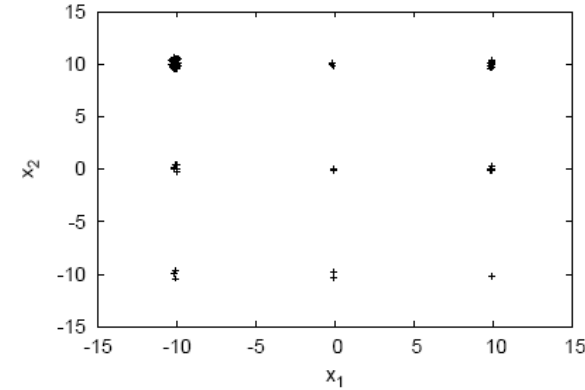
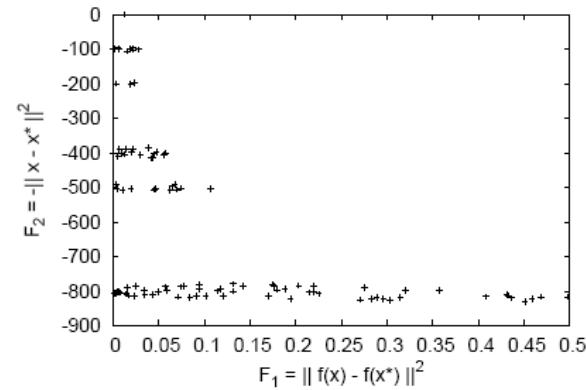
Phase 2

kein Problem

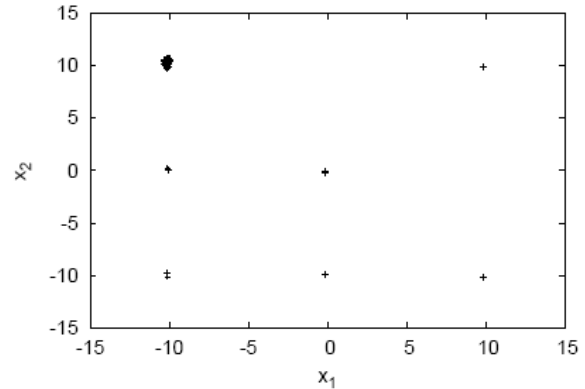
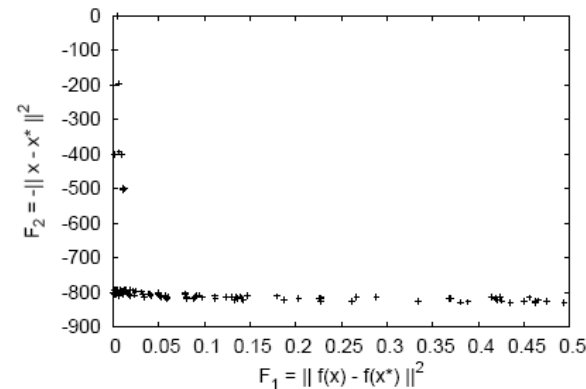
problematisch:
Verlust von
Bereichen mit
äquivalenten
Urbildern in
Phase 1!



100 Gen.



200 Gen.



300 Gen.

Fazit

Mehrkriterieller Ansatz

zum Auffinden äquivalenter Urbilder funktioniert

- bei einem weiteren Urbild sehr gut
- bei vielen Urbildern weniger gut

Gründe:

Verlust von Attraktionsgebieten äquivalenter Urbilder in Phase 1

⇒ Drifteffekte und

⇒ lange Läufe führen zu gleich guten F_1 -Werten in allen Attraktionsgebieten, so dass weiter weg liegende Punkte dominant werden

Lösungsideen:

ϵ -effizientes Archiv oder periodisch lokale Suchen (z.B. alle 50 Gens.)