Universität Dortmund

Wintersemester 2006/07

Fundamente der Computational Intelligence

(Vorlesung)

Prof. Dr. Günter Rudolph

Fachbereich Informatik

Lehrstuhl für Algorithm Engineering

Inhalt

- Fuzzy Mengen ☑
- Fuzzy Relationen ☑
- Fuzzy Logik ☑
- Approximatives Schließen ☑
- Fuzzy Regelung

Steuern und Regeln:

Beeinflussung des dynamischen Verhaltens eines Systems
in einer gewünschten Art und Weise

- **Steuern**

  Steuerung kennt Sollgröße und hat ein Modell vom System
  $\Rightarrow$ Steuergrößen können eingestellt werden,
  so dass System Istgröße erzeugt, die gleich der Sollgröße ist

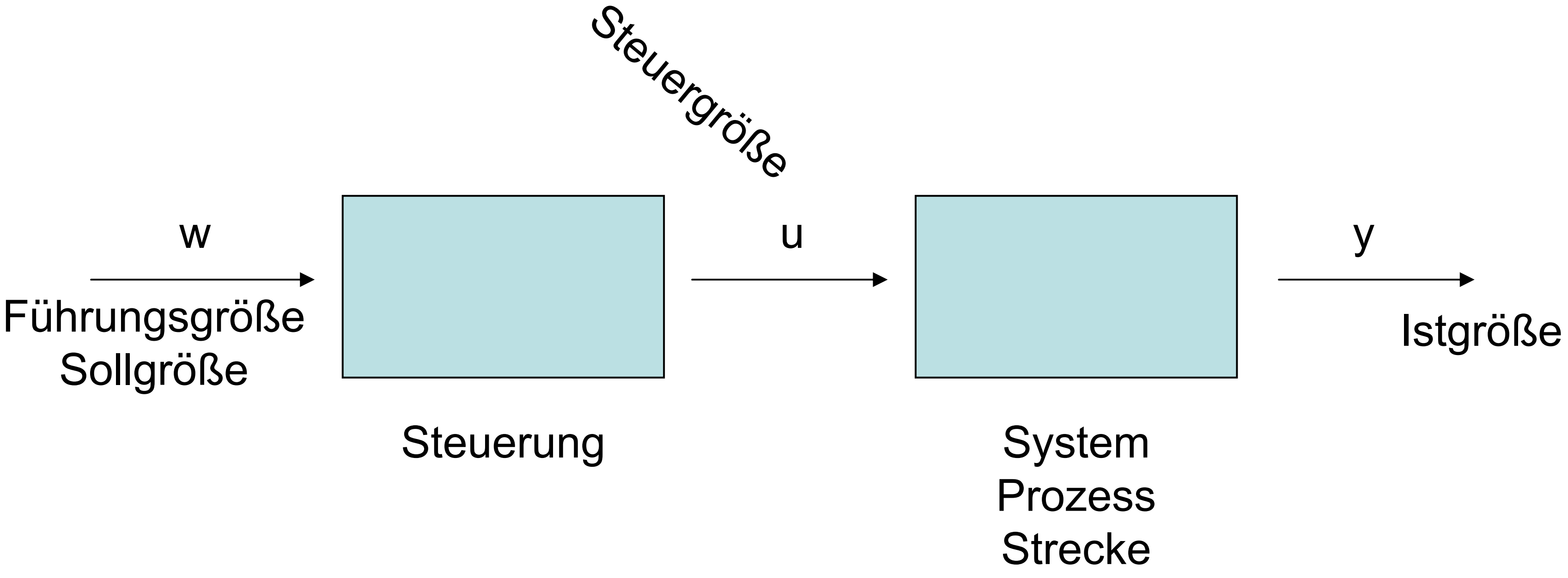
  Problem: Störgrößen! Soll-Ist Abweichung wird nicht erkannt!

- **Regeln**

  nun: Erkennung der Soll-Ist Abweichung (durch Messung / Sensoren)
  und Berücksichtigung bei Bestimmung neuer Steuergrößen

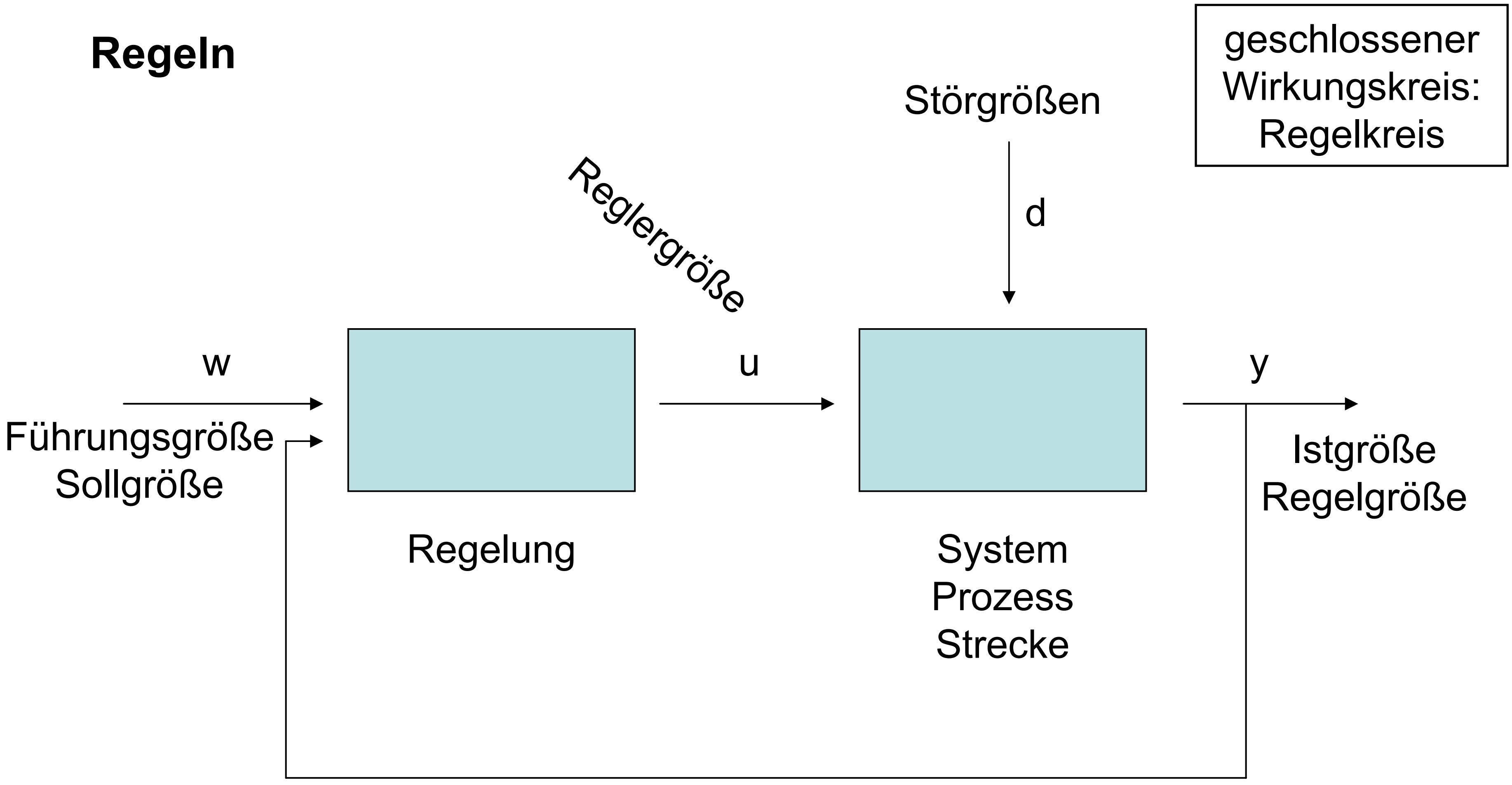
Steuern

offene Wirkungskette



Annahme: störungsfreier Betrieb $\Rightarrow$ Sollwert = Istwert

Regeln



Regelabweichung = Sollgröße – Istgröße

Erforderlich:

Modell der Strecke

→ als Differentialgleichungen oder Differenzengleichungen

→ gut ausgebaute Theorie vorhanden

Weshalb also Fuzzy-Regler?

- es existiert kein Streckenmodell in Form von DGLs etc.
  (Operator/Mensch hat bisher händisch geregelt)
- Strecke mit hochgradigen Nichtlinearitäten → keine klassischen Verfahren
- Regelziele sind unscharf formuliert („weiches" Umschalten bei Kfz-Getriebe)

Unscharfe Beschreibung des Regelverhaltens

IF X ist A_1, THEN Y ist B_1
IF X ist A_2, THEN Y ist B_2
IF X ist A_3, THEN Y ist B_3
…
IF X ist A_n, THEN Y ist B_n
X ist A‘

Y ist B‘

wie beim approximativem Schließen

Fakt A‘ ist aber keine Fuzzy-Menge, sondern scharfe Eingabe

→ nämlich die aktuelle Ist-/Regelgröße!

Fuzzy-Regler führt Inferenzschritt aus

→ man erhält Fuzzy-Ausgabemenge B‘(y)

man benötigt aber scharfen Reglerwert für die Strecke

→ Defuzzyfizierung (= Fuzzy-Menge zu scharfem Wert „eindampfen“)

Defuzzyfizierung

Def: Regel k aktiv ⇔ $A_k(x_0) > 0$

- <u>Maximummethode</u>

  - nur aktive Regel mit höchstem Erfüllungsgrad wird berücksichtigt

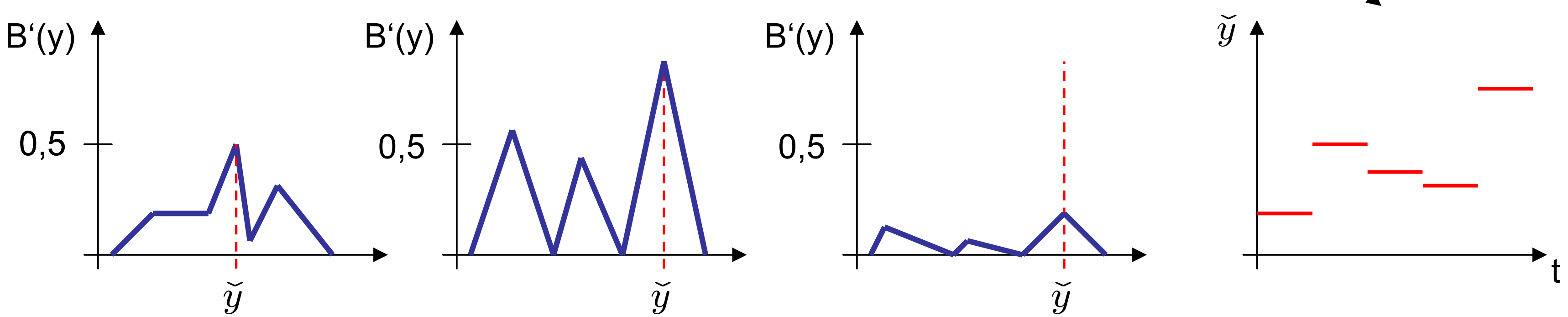
    → geeignet für Mustererkennung / Klassifikation

    → Entscheidung für eine Alternative von endlich vielen

  - Auswahl unabhängig von Erfüllungsgrad der Regel (0.05 vs. 0.95)

  - bei Regelung: unstetiger Ausgangsgrößenverlauf (Sprünge)

$$\boxed{\breve{y} = \text{argmax } B'(y)}$$



Defuzzyfizierung

$Y^* = \{ y \in Y: B'(y) = hgt(B') \}$

- <u>Maximummittelwertmethode</u>

  - alle aktive Regeln mit höchstem Erfüllungsgrad werden berücksichtigt

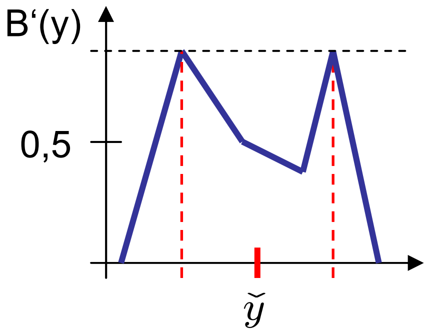
    → Interpolationen möglich, können aber nicht benutzbar sein

    → wohl nur sinnvoll bei benachbarten Regeln mit max. Erfüllung

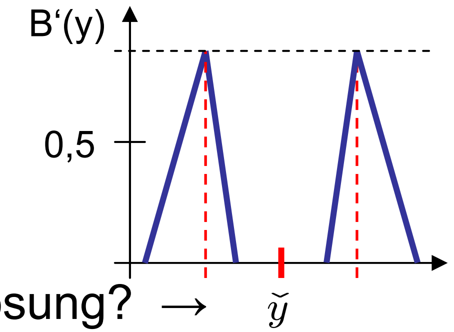
  - Auswahl unabhängig von Erfüllungsgrad der Regel (0.05 vs. 0.95)

  - bei Regelung: unstetiger Ausgangsgrößenverlauf (Sprünge)

$$\breve{y} = \frac{1}{|Y^*|} \sum_{y^* \in Y^*} y^*$$



Sinnvolle Lösung? →



Defuzzyfizierung

$Y^* = \{ y \in Y: B'(y) = hgt(B') \}$

● Center-of-maxima-Methode (COM)

- nur **extreme** aktive Regeln mit höchstem Erfüllungsgrad werden berücksichtigt

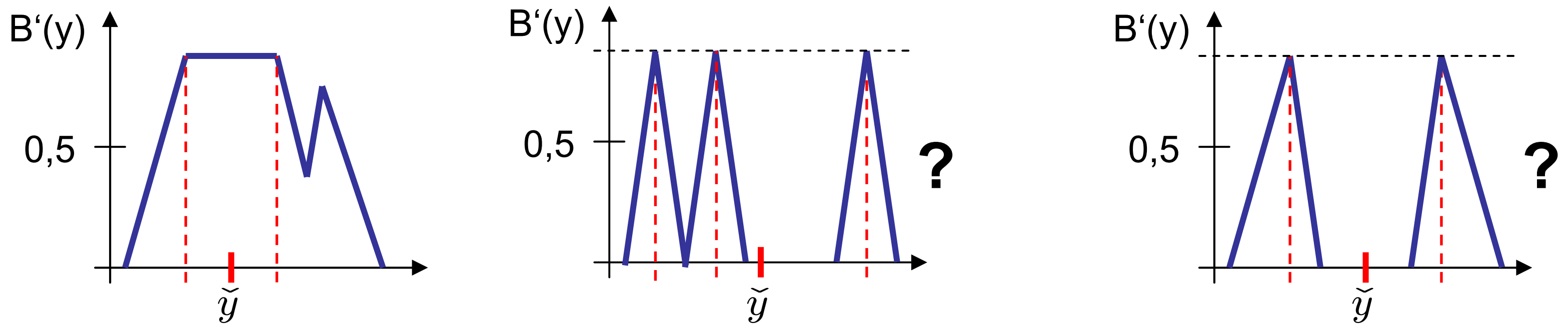
  → Interpolationen möglich, können aber nicht benutzbar sein

  → wohl nur sinnvoll bei benachbarten Regeln mit max. Erfüllung

- Auswahl unabhängig von Erfüllungsgrad der Regel (0.05 vs. 0.95)

- bei Regelung: unstetiger Ausgangsgrößenverlauf (Sprünge)

$$\boxed{\breve{y} = \frac{\inf Y^* + \sup Y^*}{2}}$$



Defuzzyfizierung

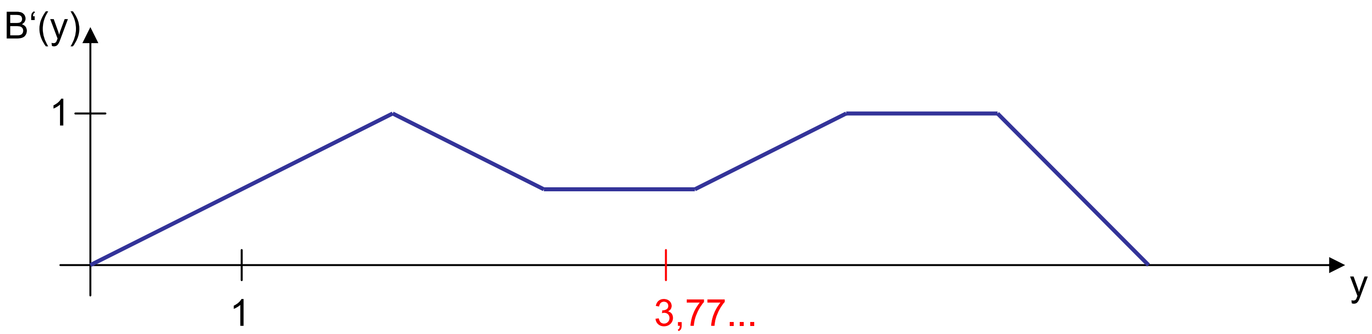
● Schwerpunktmethode (Center of Gravity, COG)

- alle aktiven Regeln werden berücksichtigt
  - → aber numerisch aufwändig … …gilt heute nur für HW-Lösung
  - → Ränder können nicht in Ausgabe erscheinen (∃ work-around)
- bei nur einer aktiven Regel: Auswahl unabh. vom Erfüllungsgrad
- stetige Verläufe der Ausgangsgrößen

$$\check{y} = \frac{\int y \cdot B'(y)\, dy}{\int B'(y)\, dy}$$

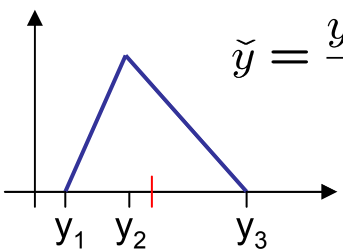
Exkurs: Schwerpunkt

$$\breve{y} = \frac{\int y \cdot B'(y)\, dy}{\int B'(y)\, dy}$$



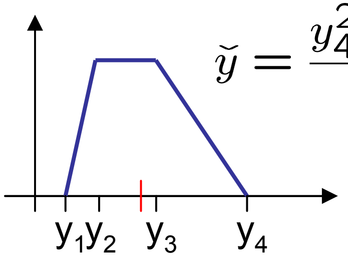
Pendant in W‘keitstheorie: Erwartungswert

Dreieck:



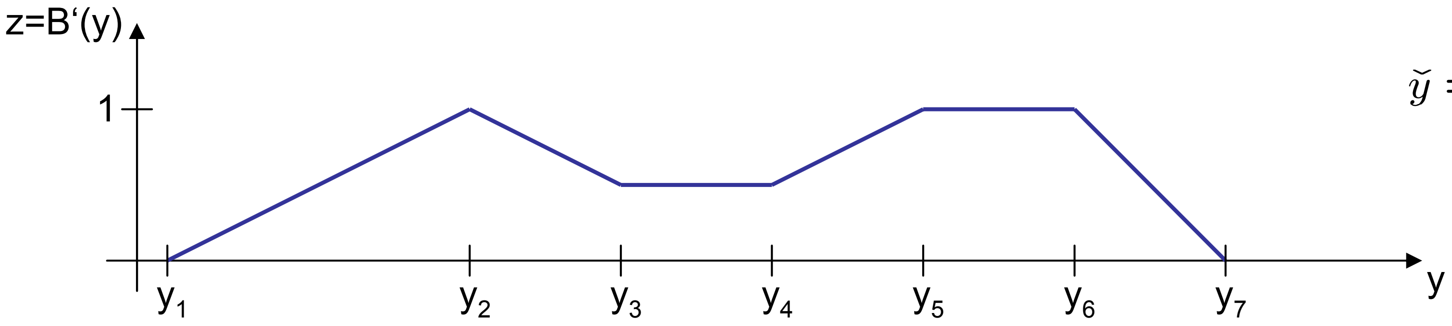
$$\breve{y} = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

Trapez:



$$\breve{y} = \frac{y_4^2 + y_3^2 - y_2^2 - y_1^2 + y_3 y_4 - y_1 y_2}{3\,(y_4 + y_3 - y_2 - y_1)}$$

Fuzzy Regelung: Exkurs Schwerpunkt



$$\breve{y} = \frac{\int y \cdot B'(y)\,dy}{\int B'(y)\,dy}$$

Annahme: Fuzzy-Zugehörigkeitsfunktionen stückweise linear

Ergebnismenge B'(y) liegt als Punktsequenz $(y_1, z_1), (y_2, z_2), \ldots, (y_n, z_n)$ vor

⇒ Fläche unter B'(y) und gewichtete Fläche stückweise additiv ermitteln

⇒ Geradengleichung z = m y + b ⇒ (y_i, z_i) und (y_{i+1}, z_{i+1}) einsetzen

⇒ liefert m und b für jede der n-1 linearen Teilstrecken

$$\Rightarrow F_i = \int_{y_i}^{y_{i+1}} (m\,y + b)\,dy = \frac{m}{2}(y_{i+1}^2 - y_i^2) + b(y_{i+1} - y_i)$$

$$\Rightarrow G_i = \int_{y_i}^{y_{i+1}} y\,(m\,y + b)\,dy = \frac{m}{3}(y_{i+1}^3 - y_i^3) + \frac{b}{2}(y_{i+1}^2 - y_i^2)$$

$$\breve{y} = \frac{\sum_i G_i}{\sum_i F_i}$$

Defuzzyfizierung

● „Flächenmethode" (Center of Area, COA)

- gedacht als Approximation von COG
- seien $\hat{y}_k$ die Schwerpunkte der Ausgabemengen $B'_k(y)$:

$$\breve{y} = \frac{\sum_k A_k(x_0) \cdot \widehat{y}_k}{\sum_k A_k(x_0)}$$

Fuzzy Regelung

Sind Fuzzy-Regler eine neue Art von Reglern?

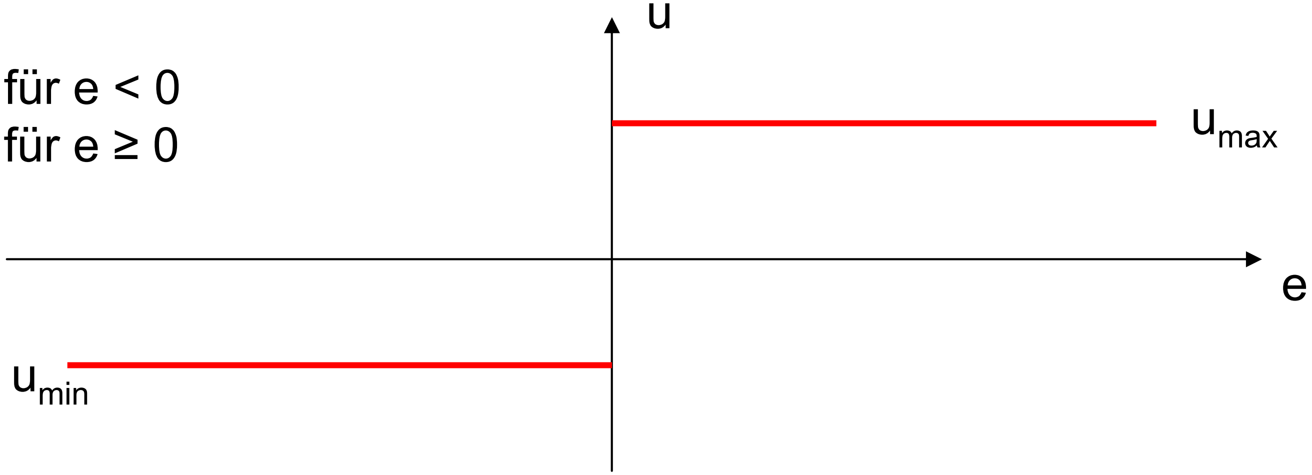
Was ist anders bei Fuzzy Reglern?

Kennfeldregler

- Regelabweichung e(t) = w(t) – y(t) = Sollwert – Istwert
- für jede mögliche Regelabweichung wird Steuergröße hinterlegt:
  - dargestellt als Kennlinie e vs. u
    (bzw. als Kennfeld bei höheren Dimensionen)

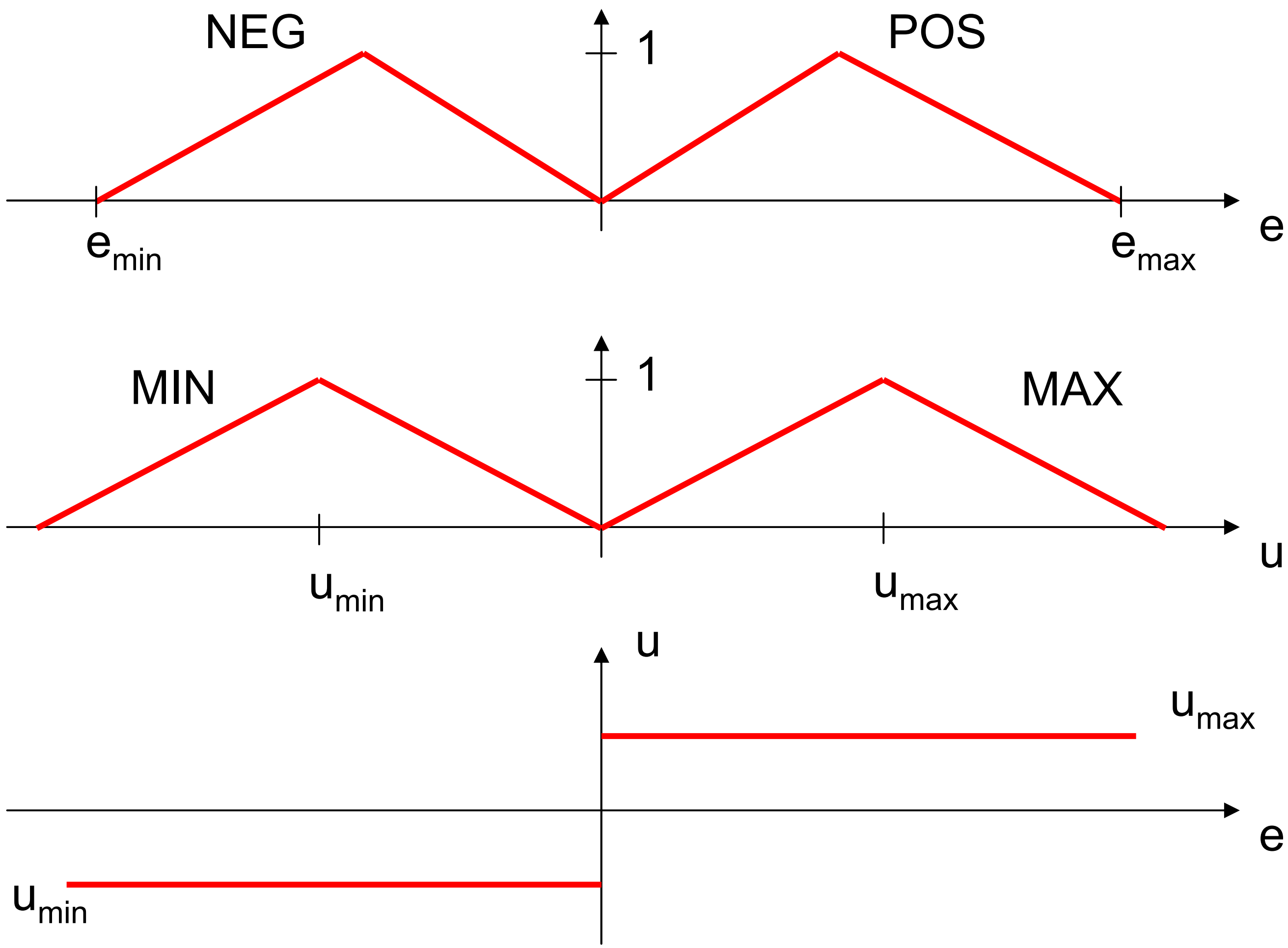
Bsp: Zweipunktregler

$$u = \begin{cases} u_{min}, & \text{für } e < 0 \\ u_{max}, & \text{für } e \geq 0 \end{cases}$$



Fuzzy-Version des Zweipunktreglers

IF e=NEG THEN u=MIN
IF e=POS THEN u=MAX



Fazit:

- Fuzzy-Regler stellen keinen neuen Reglertyp dar
- Fuzzy-Regler sind Kennfeldregler

  $\Rightarrow$ typischerweise ist Kennfeld stark nichtlinear

Neu:

- Parametrisierung des Reglers:
  - nicht explizit durch Grafik, Formel, Angabe von Steigung / Knickpunkte
  - sondern implizit in linguistischer Form durch
    - Festlegung der Zugehörigkeitsfunktionen für Eingangs- und Stellgrößen
    - Formulierung der Regelbasis

      $\Rightarrow$ viele Freiheitsgrade!

Mamdani-Regler:

Benutze R(x,y) = min { A(x), B(y) }, max-Aggregation

Defuzzyfizieren von B'(y) mit Schwerpunktmethode

→ ergibt Regler-/Steuergröße u

Larsen-Regler:

Benutze R(x,y) = A(x) · B(y), max-Aggregation

Defuzzyfizieren von B'(y) mit Schwerpunktmethode

→ ergibt Regler-/Steuergröße u

TSK-Regler

- Takagi, Sugeno, Kang (ab ca. 1985)
- Keine linguistische Variable für Stellgröße u

$$\text{IF } e_1 = A_1 \text{ AND } e_2 = A_2 \text{ AND } \dots \text{ AND } e_n = A_n \text{ THEN}$$
$$u = p_0 + p_1 \cdot e_1 + \dots + p_n \cdot e_n$$

- $p_i \in \mathbb{R}$ sind Parameter
- keine Defuzzifizierung i.e.S. mehr
- man erhält von Regel k einen Vorschlag $u^{(k)}$ für Stellgröße u
- Aggregierung:

$$u = \frac{\sum_k A^{(k)}(e) \cdot u^{(k)}}{\sum_k A^{(k)}(e)}$$

TSK-Regler

● Beispiel: Auto um die Kurve lenken

M. Sugeno & M. Nishida (1985):
Fuzzy Control of a Model Car,
in Fuzzy Sets and Systems 16:103-113.

TSK-Regler: Aufgaben

1. Bestimmung der linguistischen Terme für Eingangsgrößen
2. Bestimmung der Zugehörigkeitsfunktionen
3. Bestimmung der $m \cdot (n + 1)$ Parameter bei m Regeln

wenn lineare Funktion

Punkte 1 + 2 wie bisher → wie kommt man an die Parameter?

- numerische Optimierung (z.B. evolutionäre Algorithmen)
- „Lernen“ an Beispielen durch z.B. neuronale Netze
- Identifikation des Verhaltens eines menschlichen Reglers (protokollieren)

⇒ wenn via Optimierung: was wären Gütekriterien?

Güte von Reglern: Integralkriterien

1. quadratische Regelfläche

$$Q = \int_{t=0}^{\infty} e_t^2 \, dt \qquad \rightarrow \text{min!}$$

2. betragslineare Regelfläche

$$Q = \int_{t=0}^{\infty} | \, e_t \, | \; dt \qquad \rightarrow \text{min!}$$

3. zeitgewichtete Regelflächen k-ter Ordnung

$$Q = \int_{t=0}^{\infty} t \cdot | \, e_t \, |^k \; dt \qquad \rightarrow \text{min!}$$

Güte von Reglern: Kenngrößenkriterien (Beispiele)

1. bleibende Regelabweichung

$$Q = e_B \quad \rightarrow \min!$$

2. Abweichung von vorgegebener Überschwingweite Δh^*

$$Q = | \Delta h - \Delta h^* | \quad \rightarrow \min!$$

Güte von Reglern: Verlaufskriterien

z.B. Abweichung von vorgegebenem Sollverlauf $y^*(t)$

$$Q = \int_{t=0}^{\infty} | y(t) - y^*(t) |^k \, dt \quad \rightarrow \min!$$

Fuzzy Hyperbolisches Modell (FHM)

Zhang & Quan (2000f.)

Zugehörigkeitsfunktionen:

$$P_z(x) = e^{-\frac{1}{2}(x-k_z)^2}$$
$$N_z(x) = e^{-\frac{1}{2}(x+k_z)^2}$$

$k_z > 0$ positive Konstante

Regelbasis:

IF x_1 is $X_1 \wedge \ldots \wedge x_n$ is $X_n \wedge u_1$ is $U_1 \wedge \ldots \wedge u_p$ is U_p THEN

$\dot{x}_i = \pm c_{x1} \pm \ldots c_{xn} \pm c_{u1} \pm \ldots \pm c_{up}$

c.. > 0

falls P > N dann +c.. sonst –c..

$\Rightarrow$ Bei $m \leq n + p$ unscharfen Eingängen hat $\dot{x}$ bis zu 2^m unscharfe Regeln!

Fuzzy Hyperbolisches Modell (FHM)

Zhang & Quan (2000f.)

Charakteristika:

1. FHM ist nichtlinear.
2. Globales Modell (TSK ist lokales Modell)
3. Kann als neuronales Netz realisiert werden. → Kapitel 4

Bsp. für Regelbasis:

IF x_2 is P_{x2} THEN $\dot{x}_1 = 4$

IF x_2 is N_{x2} THEN $\dot{x}_1 = -4$

IF u is P_u THEN $\dot{x}_2 = 2$

IF u is N_u THEN $\dot{x}_2 = -2$

Parameter aus Erfahrungswissen oder numerisch optimiert:

1. Mit evolutionären Algorithmen
2. Als neuronales Netz mit Backpropagation