Kevin Buchin Dortmund, den 26.10.21

Übungen zur Vorlesung

Geometrische Approximationsalgorithmen

WS 21/22

Blatt 3

Aufgabe 3.1 (guarding sets für Kreisscheiben)
Sei O eine Menge von Objekten in $\mathbb{R}^2$. Manchmal genügt es statt dem Quadtree auf der durch O induzierten planaren Unterteilung von $\mathbb{R}^2$ einen Quadtree auf einer geeigneten Menge von Punkten zu bauen. Wir nennen eine Menge von Punkten G $k-$guarding für O, falls jedes axen-parallele Quadrat, welches keine Punkte von G enthält, höchstens k viele Objekte aus O schneidet.

a) Sei O eine Menge von n disjunkten Kreisscheiben. Geben Sie ein guarding set der Größe $O(n)$ mit $k = O(1)$ an.

b) Funktioniert dasselbe guarding set auch für Ellipsen?

Aufgabe 3.2 (Compression on the fly)
Wenn wir erst den Quadtree einer Punktmenge der Größe n konstruieren und ihn dann komprimieren, können wir die Laufzeit nicht durch eine Funktion nur in n beschränken. Wir könnten aber jedesmal, wenn wir die Punktmenge rekursiv auf die vier Teilquadrate aufteilen, für jede der resultierenden Punktmengen das größte i finden, so dass die Punktmenge in einem Quadrat des Gitter $G_{2^{-i}}$ enthalten ist und so direkt den komprimierten Pfad erhalten. Was ist die Laufzeit dieses Algorithmus?

Aufgabe 3.3 ([Heimaufgabe] Tiefe und Größe eines Quadtree)
Zeigen Sie, dass es für beliebige n und $r > \sqrt{n}$ Punktmengen P von n Punkten mit spread $\Phi(P) = \Theta(r)$ gibt, deren Quadtree Tiefe $\Omega(\log \Phi(P))$ und Größe $\Omega(n \log \Phi(P))$ hat.